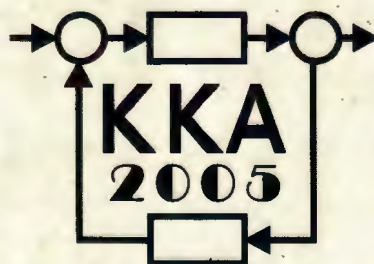


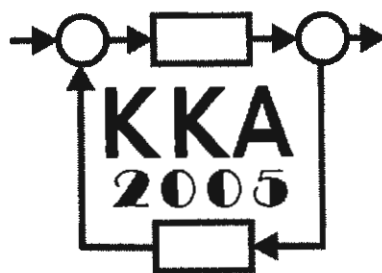
XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom III



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom III



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFczyk
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWski
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowci	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-02-2

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

SZTUCZNA INTELIGENCJA

INTERPRETACJA OCEN EKSPERTÓW PRZY UŻYCIU PROFILI SAARIEGO

Hanna BURY*, Dariusz WAGNER**

Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa, *e-mail:bury@ibspan.waw.pl
**e-mail:D.Wagner@ibspan.waw.pl

Streszczenie: W praktycznych zadaniach wyznaczania oceny grupowej często zdarzają się sytuacje, w których – dla tych samych ocen ekspertów – stosowanie różnych metod prowadzi do różnych wyników. Próba wyjaśnienia tych różnic może być istotnym elementem procesu wyznaczania oceny grupowej. Narzędzie takiej analizy stworzył D.G. Saari wprowadzając pojęcie profilu dla zestawu uporządkowań podawanych przez ekspertów. Opracowana przez niego geometryczna interpretacja profili pozwala na wyjaśnienie możliwych paradoksów i rozbieżności ocen grupowych. Wadą tego podejścia jest szybki wzrost wymiarowości problemu ze wzrostem liczby obiektów. Na podstawie przykładu dla 4 obiektów przedstawiono główne zasady metody Saariego oraz trudności wiążące się z jej praktycznym stosowaniem.

Słowa kluczowe: Uporządkowania obiektów, oceny ekspertów, wyznaczanie oceny grupowej, profile Saariego.

1. WPROWADZENIE

Jak wiadomo, stosowanie różnych metod wyznaczania oceny grupowej, dla tych samych ocen ekspertów, prowadzi często do różnych wyników [3]. Próbę wyjaśnienia tych rozbieżności podjął D.G. Saari [5]. Opracowana przez niego metoda analizy wyników ekspertyzy wykorzystuje pojęcie tzw. profili [4,5].

Metoda Saariego jest w ostatnich latach przedmiotem wielu publikacji. Zdaniem autorów jest ona jednak jeszcze mało znana a wydaje się, że zasługuje na większe zainteresowanie. Mechaniczne stosowanie metod wyznaczania oceny grupowej w przypadku braku rozeznania, co do charakteru ocen ekspertów prowadzi czasem do zaskakujących wyników. Interesujący przykład metody głosowania aprobowanego (approval voting) lub głosowania skumulowanego (cumulative voting), których zastosowanie może prowadzić do zupełnie nieoczekiwanych wyników podał Tabarrok [8].

Saari [5] zaproponował podejście geometryczne, tzn. przedstawienie zbioru obiektów w postaci figury na płaszczyźnie (dla $n=3$ jest to trójkąt równoboczny) lub bryły w przestrzeni (dla $n=4$ jest to czworościan foremny). Uporządkowania obiektów są wyznaczane jako odpowiednie elementy trójkąta równobocznego lub

figur powstałych z rozwinięcia na płaszczyźnie siatki bryły. Podejście to ma oczywiście zalety, między innymi łatwość interpretacji uzyskanych wyników, ale również podstawowe wady wiążące się z szybkim wzrostem wymiarowości problemu wraz ze wzrostem liczby obiektów.

W metodzie Saariego zakłada się, że oceny ekspertów mają postać uporządkowań, w których nie występują równoważności. Jeżeli liczba obiektów wynosi n , to mogą być one uporządkowane na $n!$ różnych sposobów. Liczba możliwych uporządkowań wynosi:

dla $n=3$ $3!=6$

dla $n=4$ $4!=24$

dla $n=5$ $5!=120$.

Wymiarowość zadań rośnie bardzo szybko, co przy większej liczbie rozpatrywanych obiektów utrudnia bezpośrednią interpretację geometryczną.

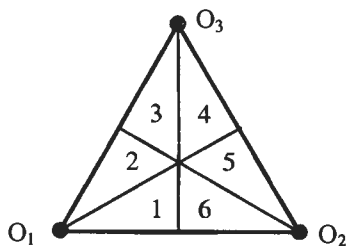
2. GEOMETRYCZNA REPREZENTACJA UPORZĄDKOWAŃ OBIEKTÓW

Założmy, że t_j oznacza liczbę ekspertów, których opinia ma postać uporządkowania P^j , ($j=1, \dots, n!$). Jeżeli liczba ekspertów, których opinie bierzemy pod uwagę jest równa K , to

$$\sum_{j=1}^{n!} t_j = K \quad (1)$$

Profilem T będziemy nazywać wektor o $n!$ składowych t_j $T = (t_1, \dots, t_{n!})$; profil zawiera – przy przyjętych założeniach – pełny opis wyników ekspertyzy.

W przypadku trzech obiektów rozważania można prowadzić na płaszczyźnie. Rozpatrywaną figurą jest, jak wspomniano, trójkąt równoboczny, którego wierzchołki odpowiadają analizowanym obiektom. Poszczególnym uporządkowaniom odpowiadają mniejsze trójkąty opisane jako (1) + (6) na rys. 1, wyznaczone w wyniku podziału trójkąta $O_1O_2O_3$ przez wysokości wychodzące z odpowiednich wierzchołków.



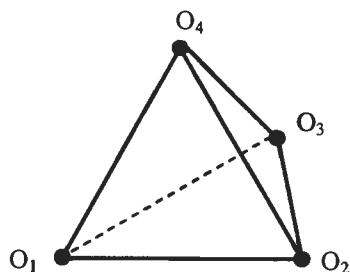
Rys. 1. Reprezentacja uporządkowań obiektów dla $n=3$.

Uporządkowania obiektów dla $n=3$ oraz ich numerację przedstawiono w Tabeli 1.

Tabela 1.

Trójkąt	Odpowiada uporządkowaniu
1	$P^1: O_1 > O_2 > O_3$ ¹⁾
2	$P^2: O_1 > O_3 > O_2$
3	$P^3: O_3 > O_1 > O_2$
4	$P^4: O_3 > O_2 > O_1$
5	$P^5: O_2 > O_3 > O_1$
6	$P^6: O_2 > O_1 > O_3$

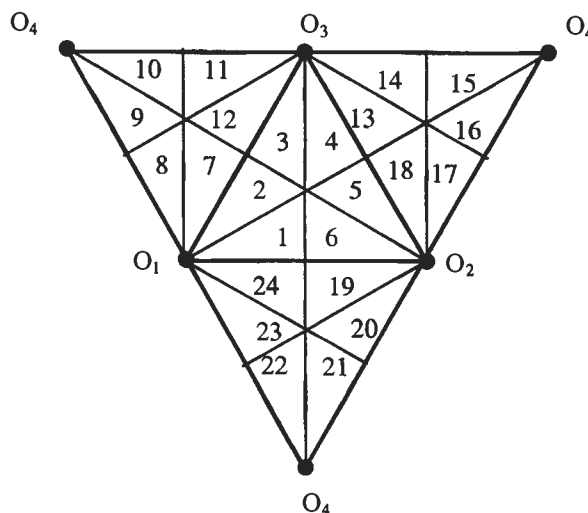
W przypadku czterech obiektów należy rozpatrywać w przestrzeni trójwymiarowej bryłę mającą postać ostrosłupa foremego o podstawie trójkątnej (czworościan foremny). Wierzchołkami ostrosłupa są rozpatrywane obiekty O_1, \dots, O_4 (rys. 2).



Rys. 2. Reprezentacja uporządkowań obiektów dla $n=4$.

Po rozwinięciu ścian bocznych czworościanu na płaszczyźnie otrzymujemy układ czterech trójkątów połączonych krawędziami. Na rys. 3 przedstawiono przyjętą przez Saariego [6, 7] numerację uporządkowań na podstawie numeracji pół trójkątów dla $n=3$.

¹⁾ Sposób odwzorowania uporządkowań obiektów przez trójkąty (1) + (6) jest następujący. W trójkącie (1) mającym z trójkątem $O_1O_2O_3$ wspólny wierzchołek O_1 oraz wspólny fragment boku O_1O_2 pierwsze miejsce zajmuje obiekt O_1 , drugą pozycję zajmuje obiekt O_2 zaś trzecie miejsce obiekt O_3 . Odwzorowania uporządkowań przez pozostałe trójkąty (2) + (6) są tworzone analogicznie.



Rys.3. Reprezentacja uporządkowań obiektów na płaszczyźnie dla $n=4$.

W przypadku czterech obiektów liczba możliwych uporządkowań, przy założeniu, że w ocenach ekspertów nie występują oceny równoważne, wynosi – jak podano wyżej – 24.

Sposób odwzorowania uporządkowań obiektów przez trójkąty (1) + (6) jest następujący.

W trójkącie wyznaczonym przez obiekty $O_1O_2O_3$ wyznaczamy uporządkowania trzech obiektów O_1, O_2, O_3 wg schematu podanego dla trzech obiektów w Tabeli 1 a następnie w każdym z sześciu uporządkowań na ostatnim miejscu umieszczamy obiekt O_4 .

W trójkącie wyznaczonym przez obiekty $O_1O_3O_4$ wyznaczamy uporządkowania obiektów O_1, O_3, O_4 wg schematu dla trzech obiektów a następnie na ostatnim miejscu umieszczamy obiekt O_2 . Otrzymane uporządkowania są reprezentowane przez trójkąty (7) ÷ (12). W analogiczny sposób tworzymy uporządkowania obiektów $O_2O_3O_4$ na ostatnim miejscu umieszczając obiekt O_1 - otrzymujemy trójkąty (13) ÷ (18) oraz uporządkowania obiektów $O_1O_2O_4$ na ostatnim miejscu umieszczając obiekt O_3 - otrzymujemy trójkąty (19) + (24). Powyższe uporządkowania podano w Tabeli 2.

Tabela 2

$P^1:$	O_1	$>$	O_2	$>$	O_3	$>$	O_4
$P^2:$	O_1	$>$	O_3	$>$	O_2	$>$	O_4
$P^3:$	O_3	$>$	O_1	$>$	O_2	$>$	O_4
$P^4:$	O_3	$>$	O_2	$>$	O_1	$>$	O_4
$P^5:$	O_2	$>$	O_3	$>$	O_1	$>$	O_4
$P^6:$	O_2	$>$	O_1	$>$	O_3	$>$	O_4
$P^7:$	O_1	$>$	O_3	$>$	O_4	$>$	O_2
$P^8:$	O_1	$>$	O_4	$>$	O_3	$>$	O_2
$P^9:$	O_4	$>$	O_1	$>$	O_3	$>$	O_2
$P^{10}:$	O_4	$>$	O_3	$>$	O_1	$>$	O_2
$P^{11}:$	O_3	$>$	O_4	$>$	O_1	$>$	O_2
$P^{12}:$	O_3	$>$	O_1	$>$	O_4	$>$	O_2

Tabela 2 cd.

P ¹³ :	O ₃	>	O ₂	>	O ₄	>	O ₁
P ¹⁴ :	O ₃	>	O ₄	>	O ₂	>	O ₁
P ¹⁵ :	O ₄	>	O ₃	>	O ₂	>	O ₁
P ¹⁶ :	O ₄	>	O ₂	>	O ₃	>	O ₁
P ¹⁷ :	O ₂	>	O ₄	>	O ₃	>	O ₁
P ¹⁸ :	O ₂	>	O ₃	>	O ₄	>	O ₁
P ¹⁹ :	O ₂	>	O ₁	>	O ₄	>	O ₃
P ²⁰ :	O ₂	>	O ₄	>	O ₁	>	O ₃
P ²¹ :	O ₄	>	O ₂	>	O ₁	>	O ₃
P ²² :	O ₄	>	O ₁	>	O ₂	>	O ₃
P ²³ :	O ₁	>	O ₄	>	O ₂	>	O ₃
P ²⁴ :	O ₁	>	O ₂	>	O ₄	>	O ₃

3. DEKOMPOZYCJA PROFILU – PRZYPADK 3 OBIEKTÓW

Podstawę podejścia Saariego stanowi dekompozycja profilu na składowe, które w określony sposób wpływają na ocenę grupową tworzoną bądź przy użyciu metod, których podstawę stanowią porównania parami bądź przy użyciu metod, których podstawę stanowi analiza miejsca zajmowanego przez obiekt w uporządkowaniu – nazywanych dalej metodami pozycyjnymi. W przypadku trzech obiektów profil dekomponuje się na trzy składowe (będące różnicami odpowiednich profili [4, 5]).

Definicja [4, 5]

Różnicą profili nazywamy różnicę składowych dwóch profili odpowiadających tej samej liczbie ekspertów. Szóstka liczb (dla $n=3$) stanowi różnicę profili wtedy i tylko wtedy, gdy ich suma wynosi zero.

Definicja [4, 5]

Profil podstawowy (rozumiany jako różnica profili) określony dla obiektu O_i ($i = 1, 2, 3$) zawiera jedynkę na pozycji odpowiadającej profilom związanym z uporządkowaniami, w których obiekt O_i jest umieszczony na pierwszej pozycji oraz -1 na pozycji odpowiadającej profilom związanym z uporządkowaniami, w których obiekt O_i jest umieszczony na ostatnim miejscu.

Definicja [4, 5]

Profil przeciwstawny (rozumiany jako różnica profili) określony dla obiektu O_i ($i = 1, 2, 3$) zawiera 1 na pozycji odpowiadającej profilom związanym z uporządkowaniami, w których obiekt O_i znajduje się na pierwszej lub ostatniej pozycji oraz -2 na pozycji odpowiadającej profilom, związanym z uporządkowaniami, w których obiekt O_i zajmuje pozycję środkową.

Definicja [4, 5]

Profillem Condorceta nazywamy profil będący różnicą profili o postaci $C^3 = (1, -1, 1, -1, 1, -1)$.

Definicja [4, 5]

Profillem jednostkowym nazywamy profil o postaci $J^3 = (1, 1, 1, 1, 1, 1)$.

W przypadku trzech obiektów istnieją trzy profile podstawowe B_i^3 ($i=1, 2, 3$). Ze względu na wiążącą te profile zależność $\sum_{i=1}^3 B_i^3 = \mathbf{0}^{1)}$ wystarczy uwzględnić dwa profile. Przyjmiemy, że będą to profile B_1^3 i B_2^3 .

Analogiczna zależność obowiązuje dla profilu przeciwstawnego, dlatego uwzględniamy również tylko dwa profile R_1^3 i R_2^3 . Zatem

$$T^3 = b_1^3 B_1^3 + b_2^3 B_2^3 + r_1^3 R_1^3 + r_2^3 R_2^3 + c^3 C^3 + j^3 J^3 \quad (2)$$

gdzie

B^3 - profil podstawowy o dwóch składowych B_1^3 , B_2^3 , odpowiadających dowolnym dwóm spośród trzech obiektów O_1, O_2, O_3 ,

R^3 - profil przeciwstawny o dwóch składowych R_1^3 , R_2^3 , odpowiadających dowolnym dwóm spośród trzech obiektów O_1, O_2, O_3 ,

C^3 - profil Condorceta o jednej składowej oraz

J^3 - profil jednostkowy o jednej składowej.

Zależności definiujące poszczególne typy profili składowych odpowiadających określonym uporządkowaniom przedstawiono w Tabeli 3.

Tabela 3.

Uporządkowanie składowe profilu	P ¹	P ²	P ³	P ⁴	P ⁵	P ⁶
B ₁ ³	1	1	0	-1	-1	0
B ₂ ³	0	-1	-1	0	1	1
R ₁ ³	1	1	-2	1	1	-2
B ₂ ³	-2	1	1	-2	1	1
C ³	1	-1	1	-1	1	-1
J ³	1	1	1	1	1	1

Saari pokazał [5], jak –mając dany profil T^3 – wyznaczyć współczynniki b_i^3 , r_i^3 , c^3 oraz j^3 .

Zadanie dekompozycji sprowadza się do znalezienia współczynników stojących przy składowych profilu. Jeżeli oznaczymy przez T^3 wektor (o wymiarze 6×1) określający profil uzyskany w wyniku ekspertyzy

¹⁾ $\mathbf{0} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)$.

²⁾ Górny indeks wskazuje liczbę rozważanych obiektów, dolny wskazuje numer składowej danego profilu.

a przez A macierz (o wymiarze 6x6) utworzoną na podstawie Tabeli 3, wówczas

$$T^3 = A \cdot [b_1^3, b_2^3, r_1^3, r_2^3, c^3, j^3]^T \quad (3)$$

Aby wyznaczyć te współczynniki, należy odwrócić macierz A.

4. DEKOMPOZYCJA PROFILU – PRZYPADEK 4 OBIEKTÓW

W przypadku czterech obiektów bezpośrednie uogólnienie podejścia stosowanego dla trzech obiektów narażać pewne trudności. Próbę takiego uogólnienia pokazano w pracy [1].

Zadanie dekompozycji można zapisać w postaci

$$T^4 = A_{(24 \times 10)} [b_1^4, b_2^4, b_3^4, r_1^4, r_2^4, r_3^4, c_1^4, c_2^4, c_3^4, j]^T \quad (4)$$

gdzie

T^4 jest wektorem o wymiarze (24x1) określającym profil uzyskany w wyniku ekspertyzy,

A jest macierzą profili określoną [1] na podstawie Tabeli 2,

$[b_1^4, b_2^4, b_3^4, r_1^4, r_2^4, r_3^4, c_1^4, c_2^4, c_3^4, j]^T$ jest wektorem współczynników stojących przy odpowiednich składowych profili.

Z zapisu równania (4) wynika, że podejście zastosowane do wyznaczenia współczynników b_i^3, r_i^3 ($i = 1, 2$), c^3 oraz j^3 nie może być powtórzone w przypadku $n=4$, ponieważ macierz A nie jest kwadratowa.

Równanie macierzowe (4) jest nadokreślone. Można je rozwiązać stosując metodę opisaną przez Mańczaka i Nahorskiego [2].

W pracy [1] przedstawiono próbę rozwiązania równania (4), przy czym uzyskane rozwiązanie jest zależne od $(24-10)=14$ dowolnych stałych. W cytowanej pracy zaproponowano założenia, które umożliwiają ustalenie wartości tych stałych. W wyniku uzyskano rozwiązanie w postaci

$$[b_1^4, b_2^4, b_3^4, r_1^4, r_2^4, r_3^4, c_1^4, c_2^4, c_3^4, j]^T = BT^4,$$

gdzie B jest macierzą o wymiarach (24x10) taką, że $B \cdot A = I$.

Interpretacja otrzymanych profili składowych nie była w pełni jednoznaczna ze względu na obecność dowolnych stałych.

W dwuczęściowej, fundamentalnej pracy opublikowanej w czasopiśmie *Economic Theory*. D.G. Saari przedstawił jednoznaczne sformułowanie problemu dla przypadku czterech obiektów. Pierwsza część tej pracy dotyczy metod, których podstawę stanowi porównywanie parami [6], druga dotyczy metod pozycyjnych [7]. W pracach tych wprowadzono nowe rodzaje profili. Saari zaproponował, aby w przypadku czterech obiektów uwzględnić następujące profile: podstawowy, podwójnie przeciwny, odstępstwa, skorygowany profil

odstępstwa, Condorceta oraz jednostkowy. Uwzględniając je otrzymujemy macierz A o wymiarze równym 24. Zatem, wyznaczając macierz odwrotną A^{-1} można określić wartości współczynników stojących przy poszczególnych składowych rozpatrywanych profili. W pracy zostały omówione nowe profile zaproponowane przez Saariego.

5. ANALIZA PROFILU

Założmy, że dany jest profil opisujący wyniki ekspertyzy. Liczbę głosów ekspertów, których ocena ma postać uporządkowania P^s ($s = 1, \dots, 24$), oznaczmy przez t_s . Oczywiście

$$\sum_{s=1}^{24} t_s = K \quad (5)$$

gdzie K – całkowita liczba ekspertów.

Można zatem sformułować zadanie przedstawienia tego profilu jako sumy profili rozpatrywanych w pracy, to znaczy zapisać profil T w postaci

$$T^4 = \sum_{j=1}^3 b_j B_j^4 + \sum_{j=1}^3 c_j C_j^4 + \sum_{j=1}^3 d_j D_j^4 + \sum_{j=1}^2 \sum_{t=1}^3 d_{jt} D_{jt}^4 + \sum_{f=1}^6 r_f R_{pf}^4 + j J^4 \quad (6)$$

gdzie

B_j^4 - profil podstawowy odpowiadający obiektowi O_j

($j=1, 2, 3$),

C_j^4 - profil Condorceta ($j=1, 2, 3$),

D_j^4 - profil odstępstwa ($j=1, 2, 3$),

D_{jt}^4 - skorygowany profil odstępstwa,

$D_{11}^3 = D_{1,(O_1,O_2,O_3)}^3, D_{21}^3 = D_{2,(O_1,O_2,O_3)}^3, D_{12}^3 = D_{1,(O_1,O_2,O_4)}^3,$

$D_{22}^3 = D_{2,(O_1,O_2,O_4)}^3, D_{13}^3 = D_{1,(O_1,O_3,O_4)}^3, D_{23}^3 = D_{3,(O_1,O_3,O_4)}^3,$

$D_{14}^4 = D_{2,(O_2,O_3,O_4)}^3, D_{24}^4 = D_{3,(O_2,O_3,O_4)}^3,$

R_{pf}^4 - profil podwójnie przeciwny ($f = 1, \dots, 6$)

R_{p1}^4 -profil odpowiadający krawędzi O_1O_2 , R_{p2}^4 -profil odpowiadający krawędzi O_1O_3

R_{p3}^4 -profil odpowiadający krawędzi O_1O_4 , R_{p4}^4 -profil odpowiadający krawędzi O_2O_3

R_{p5}^4 -profil odpowiadający krawędzi O_2O_4 , R_{p6}^4 -profil odpowiadający krawędzi O_3O_4

J^4 – profil jednostkowy.

Każdy z wymienionych profili jest wektorem o 24 składowych i liczba tych profili również wynosi 24. Można zatem utworzyć macierz A o wymiarach (24x24) a następnie równanie (6) zapisać w postaci:

$$T^4 = A [b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3, d_{11}, d_{12}, d_{13}, d_{23}, d_{14}, d_{24}, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, j]^T \quad (7)$$

Jeżeli macierz A jest osobliwa, to

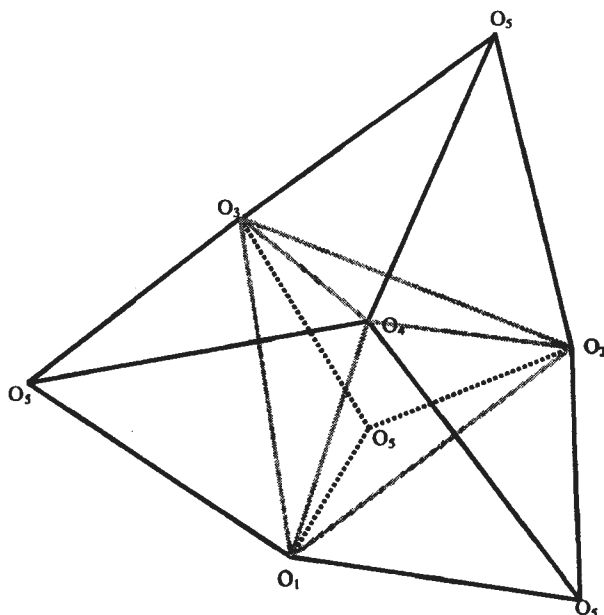
$$A^{-1}T^4 = [b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3, d_{11}, d_{21}, d_{12}, d_{22}, d_{13}, d_{23}, d_{14}, d_{24}, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, j]^T \quad (8)$$

Równanie (8) pozwala wyznaczyć współczynniki przy poszczególnych profilach we wzorze (7). Znajomość tych współczynników umożliwia dekompozycję profilu T^4 na poszczególne składowe.

Pełną postać macierzy A oraz macierzy odwrotnej A^{-1} podano odpowiednio w Tabelach 4 oraz 5.

6. WNIOSKI KOŃCOWE

W pracy przedstawiono zagadnienie dekompozycji profilu dla przypadku czterech obiektów dokonywane zgodnie z podejściem zaproponowanym przez D.G. Saariego. Ze względu na stosowanie interpretacji graficznej przypadek większej liczby obiektów nastręcza znaczne trudności. W przypadku $n=5$ obiektów liczba możliwych uporządkowań wynosi $5!=120$. Interpretację graficzną można – zdaniem autorów – przedstawić w postaci bryły skonstruowanej z pięciu czworościanów foremnych połączonych ścianami (rys.7). W tym przypadku rozpatrywanie profili, o których mowa w pracy, sprowadza się do rozpatrywania odpowiednich rozwinięć bryły.



Rys. 7. Propozycja interpretacji graficznej dla $n=5$ obiektów.

ANALYSIS OF EXPERT JUDGEMENTS WITH THE USE OF SAARI'S PROFILES

Abstract: In real life problems group opinion determined – for the same set of experts judgements - by means of different methods may differ. To explain the reasons of such differences D.G. Saari proposed to analyse so called profiles constructed on the basis of experts' judgements. The geometric interpretation of the profiles makes it easier to understand and to explain the reasons of differences in group judgements.

Literatura

- [1] Bury H., Wagner D. (2004) Analiza ocen ekspertów metodą Saariego. Przypadek czterech obiektów. *Badania operacyjne i systemowe 2004. Podejmowanie decyzji. Podstawy metodyczne i zastosowania*, pod red. R. Kulikowskiego, J. Kacprzyka, R. Słowińskiego. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
- [2] Mańczak K., Nahorski Z. (1983) *Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych*. PWN Warszawa.
- [3] Nurmi H. (1987) *Comparing Voting Systems*. Dordrecht, D.Reidel.
- [4] Nurmi H. (2000) Some techniques of preference profile analysis. *Paper presented at NPO meeting on "Power and Fairness"*, Bad Segeberg, September 3-6.
- [5] Saari D.G. (1994) *Geometry of Voting*. Berlin, Heidelberg, NewYork. Springer Verlag.
- [6] Saari D.G. (2000) Mathematical structure of voting paradoxes. I. Pairwise votes. *Economic Theory*, **15**, 1-53.
- [7] Saari D.G. (2000) Mathematical structure of voting paradoxes. II. Positional votes. *Economic Theory*, **15**, 55-102.
- [8] Tabarrok A. (2001) President Perot or fundamentals of voting illustrated with the 1992 election, *Public Choice* **106**, 275-297.

Tabela 4

B_1^4	B_2^4	B_3^4	C_1^4	C_2^4	C_3^4	D_1^4	D_2^4	D_3^4	D_{11}^4	D_{21}^4	D_{12}^4	D_{22}^4	D_{13}^4	D_{23}^4	D_{14}^4	D_{24}^4	R_{p1}^4	R_{p2}^4	R_{p3}^4	R_{p4}^4	R_{p5}^4	R_{p6}^4	J^4
1	0	0	1	0	0	-1	3	-3	-1	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	-1	-3	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	3	-3	-1	2	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	-1	0	0	-3	3	-1	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1
0	1	0	0	0	-1	-3	-1	3	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	-1	0	3	-1	-3	2	-1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1
1	-1	0	0	-1	0	-1	1	3	0	0	0	0	-1	2	0	0	0	1	0	0	0	0	1
1	-1	0	-1	0	0	-1	1	-3	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	-1	0	0	0	1
0	-1	0	0	0	1	3	1	-3	0	0	0	0	2	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	-1	0	0	1	0	-3	1	3	0	0	0	0	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
0	-1	1	1	0	0	-3	1	-1	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	-1	1	0	0	-1	3	1	-1	0	0	0	0	2	-1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
-1	0	1	0	0	1	1	3	-1	0	0	0	0	0	0	2	-1	0	0	0	1	0	0	1
-1	0	1	0	-1	0	1	-3	-1	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	-1	1
-1	0	0	-1	0	0	1	-3	3	0	0	0	0	0	0	-1	2	0	0	0	0	0	1	1
-1	0	0	0	0	-1	1	3	-3	0	0	0	0	0	0	2	-1	0	0	0	0	-1	0	1
-1	1	0	0	1	0	1	-1	-3	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	1	0	1
-1	1	0	1	0	0	1	-1	3	0	0	0	0	0	0	-1	2	0	0	0	-1	0	0	1
0	1	-1	-1	0	0	3	-1	1	0	0	2	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	-1	0	0	1	-3	-1	1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
0	0	-1	0	-1	0	-3	3	1	0	0	-1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	-1	1	0	0	3	-3	1	0	0	2	-1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1
1	0	-1	0	0	-1	-1	-3	1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	-1	0	1	0	-1	3	1	0	0	-1	2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1

Tabela 5

3	3	2	1	1	2	2	1	-1	-2	-1	1	-1	-2	-3	-3	-2	-1	1	-1	-2	-1	1	2
2	1	1	2	3	3	-1	-2	-3	-3	-2	-1	1	-1	-2	-1	1	2	2	1	-1	-2	-1	1
1	2	3	3	2	1	1	-1	-2	-1	1	2	2	1	-1	-2	-1	1	-1	-2	-3	-3	-2	-1
3	0	0	-3	0	0	0	-3	0	0	3	0	0	0	-3	0	0	3	-3	0	0	3	0	0
0	0	3	0	0	-3	-3	0	0	3	0	0	0	-3	0	0	3	0	0	0	-3	0	0	3
0	3	0	0	-3	0	0	0	3	0	0	-3	3	0	0	-3	0	0	0	3	0	0	-3	0
0	0	-1	-2	-2	-1	2	1	-1	-2	-1	1	2	1	0	0	1	2	1	-1	-2	-1	1	2
-1	-2	-2	-1	0	0	2	1	0	0	1	2	1	-1	-2	-1	1	2	2	1	-1	-2	-1	1
-2	-1	0	0	-1	-2	1	-1	-2	-1	1	2	2	1	-1	-2	-1	1	2	1	0	0	1	2
0	-4	4	0	-4	4	-4	-4	-4	4	4	4	0	0	0	-4	-4	-4	4	4	4	0	0	0
4	-4	0	4	-4	0	-4	-4	-4	0	0	0	4	4	4	-4	-4	-4	0	0	0	4	4	4
0	0	0	4	4	4	-4	-4	4	4	4	-4	-4	0	0	0	-4	-4	4	-4	0	4	-4	0
4	4	4	0	0	0	-4	-4	0	0	0	-4	-4	4	4	4	-4	-4	0	-4	4	0	-4	4
0	0	4	4	4	0	0	-4	0	0	0	-4	-4	4	-4	0	0	-4	-4	4	4	4	-4	-4
4	4	0	0	0	4	4	-4	0	4	-4	0	-4	-4	4	4	4	-4	-4	0	0	0	-4	-4
0	4	4	4	0	0	-4	0	0	0	-4	-4	4	-4	0	4	-4	0	-4	-4	4	4	4	-4
4	0	0	0	4	4	-4	4	4	4	-4	-4	0	-4	4	0	-4	4	-4	-4	0	0	0	-4
6	3	6	-6	-3	-6	0	0	-3	0	0	3	-3	0	0	3	0	0	6	3	6	-6	-3	-6
-3	-6	6	3	6	-6	6	3	6	-6	-3	-6	0	0	-3	0	0	3	-3	0	0	3	0	0
0	0	-3	0	0	3	-3	-6	6	3	6	-6	0	3	0	0	-3	0	6	-6	-3	-6	6	3
6	-6	-3	-6	6	3	-3	0	0	3	0	0	6	3	6	-6	-3	-6	0	0	-3	0	0	3
-3	0	0	3	0	0	0	3	0	0	-3	0	6	-6	-3	-6	6	3	-3	-6	6	3	6	-6
0	3	0	0	-3	0	6	-6	-3	-6	6	3	-3	-6	6	3	6	-6	0	3	0	0	-3	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

2



**Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk**

ISBN 83-89475-00-6