

Przykładowe zadania z kombinatoryki dla studentów II roku studiów zaocznych na Wydziale Informatyki WSISiZ

Zad. 1

Relacja binarna R jest określona w zbiorze $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ za pomocą tabeli:

		n				
		1	2	3	4	5
m	1	x			x	
	2		x			
	3		x	x		
	4				x	x
	5		x			x

znak **x** na skrzyżowaniu wiersza m i kolumny n oznacza, że $(m, n) \in R$.

Zbadaj, czy relacja R jest zwrotna, przechodnia, symetryczna, antysymetryczna i czy relacja R jest funkcją? Odpowiedzi dokładnie uzasadnij!

Zad. 2

Relacja R jest określona w zbiorze liczb rzeczywistych $\mathbf{R} : xRy \Leftrightarrow x \cdot y > 0$. Zaznacz w układzie współrzędnych kartezjańskich punkty, których współrzędne są w podanej relacji R . Zbadaj, czy relacja R jest zwrotna, przechodnia, symetryczna, antysymetryczna, i czy jest funkcją. Odpowiedzi dokładnie uzasadnij!

Zad. 3

Ile różnych kodów składających się z 5 znaków można utworzyć z 10 cyfr arabskich i 26 liter alfabetu łacińskiego, jeśli kod musi zaczynać się trzema różnymi literami, a na pozostałych dwóch pozycjach może być dowolny znak?

Zad. 4

Ile liczb naturalnych z przedziału otwartego $(1000; 10000)$ ma w zapisie dziesiętnym różne cyfry?

Zad. 5

Plan produkcji wymaga podania stanowiska montażowego dla każdego urządzenia i wskazania kolejności montowania urządzeń na każdym ze stanowisk. Ile planów produkcji można ułożyć, jeśli trzeba zmontować 4 urządzenia na 5 uniwersalnych stanowiskach?

Zad. 6

Dla dwóch permutacji

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 13 & 1 & 6 & 2 & 3 & 14 & 9 & 7 & 12 & 8 & 10 & 11 & 4 & 5 \end{pmatrix} \text{ i } g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 4 & 13 & 14 & 1 & 6 & 5 & 11 & 7 & 8 & 12 & 9 & 10 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

wyznacz permutację $h = fg$ i h^{-1} . Rozłóż na rozłączne cykle permutację h , wyznacz jej typ i znak $\text{sgn}(h)$.

Zad. 7

Dla podanych podzbiorów zbioru $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ wyznacz ich wektory charakterystyczne $\xi(A_i)$ i podaj jakie liczby dziesiętne z zakresu $0=255$ mogą reprezentować te podzbiory: $A_1 = \{a, g, h\}$, $A_2 = \{b, c, d, e\}$, $A_3 = \{c, d, e, f, g\}$.

Zad. 8

Oblicz ile wynosi współczynnik liczbowy przy wyrazie $x^5 \cdot y^2$ w rozwinięciu dwumianu $(x - 2y)^7$.

Zad. 9

Na ile sposobów można wybrać z 20 osób 3 rozłączne zespoły liczące odpowiednio 3, 5 i 7 członków?

Zad. 10

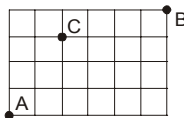
Łańcuch RNA to sekwencja zasad amonowych czterech rodzajów oznaczanych symbolami C, G, U i A.

Ile łańcuchów może powstać jako sekwencja 12 zasad, jeśli wiadomo, że każdy z nich składa się z 4 zasad C, 4 zasad G, 3 zasad U i 1 zasady A, oraz zaczyna się sekwencją CCU a kończy GUG?

Zad. 11

Ile różnych liczb 7 cyfrowych można utworzyć, zapisując w dowolnej kolejności 7 cyfr 8, 8, 8, 8, 5, 5, 2?

Zad. 12



Ile jest najkrótszych dróg na podanym planie miasta: $A \rightarrow \dots \rightarrow B$, które prowadzą z punktu A do B, ale nie przechodzą przez punkt C?

Zad. 13

Wyznacz liczbę nieujemnych rozwiązań całkowitoliczbowych dla równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9$.

Zad. 14

Dla zbioru z powtórzeniami $X = \langle 4 \cdot a, 3 \cdot b, 5 \cdot c \rangle$ rozważ podzbiory, w których każdy z elementów a, b, c występuje co najmniej raz, ale nie więcej niż 3 razy. Wyznacz funkcję tworzącą dla ciągu liczb podzbiorów k -elementowych. Ile takich podzbiorów zawiera nieparzystą liczbę elementów?

Zad. 15

Do pracy zgłosiło się 20 tłumaczy. Wśród nich 11 znało języki rosyjski, 10 znało hiszpański i 12 angielski. 7 z nich znało język rosyjski i hiszpański, 5 znało hiszpański i angielski, a 6 znało rosyjski i angielski. Wszystkie trzy wymienione języki znało tylko 3 tłumaczy. Ilu z nich nie znało żadnego z wymienionych języków?

Zad. 16

Do pracy zgłosiło się 15 tłumaczy znających języki rosyjski, hiszpański lub angielski: 12 z nich znało język rosyjski lub hiszpański, a 10 znało angielski. Ilu z nich znało języki hiszpański i angielski, ale nie znało rosyjskiego, jeśli wiadomo, że 4 znało rosyjski i angielski?