

## Wydział Informatyki WSISiZ

### Pytania egzaminacyjne z matematyki dyskretnej dla studiów **zaocznych**

#### ELEMENTY KOMBINATORYKI

1. Co to jest relacja w iloczynie kartezjańskim zbiorów  $A$  i  $B$ ?  
Ile różnych relacji można zdefiniować w  $A \times B$ , jeśli  $|A| = m$  i  $|B| = n$ ?
2. Co to jest relacja binarna na zbiorze  $A$ ?  
Ile różnych relacji binarnych można zdefiniować na zbiorze  $A$ , jeśli  $|A| = m$ ?
3. Podaj definicje relacji zwrotnej, przechodniej, symetrycznej i antysymetrycznej.
4. Podaj definicję i przykład relacji równoważności.
5. Podaj definicję i przykład relacji (częściowego) porządku.
6. Ile jest różnych funkcji ze zbioru  $n$ -elementowego w zbiór  $m$ -elementowy?
7. Ile jest różnych funkcji różnowartościowych ze zbioru  $n$ -elementowego w zbiór  $m$ -elementowy dla  $m \geq n$ ?
8. Co to jest permutacja zbioru? Ile jest różnych permutacji zbioru  $n$ -elementowego?
9. Co to jest rozmieszczenie uporządkowane?  
Ile jest różnych rozmieszczeń uporządkowanych  $n$  obiektów w  $m$  pudełkach?
10. Podaj definicje złożenia permutacji, permutacji identycznościowej, permutacji odwrotnej i cyklu.
11. Co to jest inwersja permutacji, znak permutacji, permutacja parzysta i nieparzysta?
12. Co to jest typ permutacji? Jaki związek zachodzi pomiędzy typem permutacji a jej znakiem?
13. Ile jest różnych podzbiorów  $k$ -elementowych zbioru  $n$ -elementowego dla  $k \leq n$ ?
14. Opisz sposób konstruowania trójkąta Pascala (podaj tożsamość na której jest oparta ta tablica).
15. Jak są definiowane podzbiory zbioru z powtórzeniami?  
Ile jest różnych podzbiorów zbioru z powtórzeniami?
16. Ile jest różnych  $k$ -elementowych podzbiorów zbioru z powtórzeniami, w którym każdy z  $n$  elementów ma krotność  $k$ ?
17. Co to jest podział zbioru na bloki? Jakie związki zachodzą pomiędzy podziałami zbiorów na bloki a relacjami równoważności?
18. Co to są liczby Stirlinga drugiego rodzaju i liczby Bella? Jaki związek zachodzi pomiędzy nimi?
19. Jaki związek zachodzi pomiędzy liczbą podziałów zbioru  $n$ -elementowego na  $k$  bloków a liczbą różnych funkcji ze zbioru  $n$ -elementowego na zbiór  $k$ -elementowy?
20. Co to jest podział liczby na składniki? Jak podział liczby jest reprezentowany na diagramie Ferrersa?  
Co to jest podział sprzężony?
21. Co to jest funkcja tworząca ciąg? Jak można zastosować funkcje tworzące do wyznaczania liczby podzbiorów  $k$ -elementowych zbioru z powtórzeniami?
22. Sformułuj zasadę włączania-wyłączania dla 3 i więcej zbiorów.

#### ELEMENTY TEORII GRAFÓW

1. Podaj definicje grafu nieskierowanego, skierowanego, pochodnego grafu nieskierowanego i podgrafu.
2. Podaj definicje macierzy incydencji grafu nieskierowanego i skierowanego.
3. Podaj definicje macierzy sąsiedztwa grafu nieskierowanego i skierowanego.
4. Jak jest definiowany stopień wierzchołka w grafie nieskierowanym? Jaki związek zachodzi pomiędzy stopniami wszystkich wierzchołków a liczbą krawędzi w grafie?
5. Jakie rodzaje stopni wierzchołka są definiowane w grafie skierowanym? Jaki związek zachodzi pomiędzy stopniami wszystkich wierzchołków a liczbą łuków w grafie?
6. Jakie grafy nazywamy izomorficznymi?
7. Podaj definicje grafu pełnego, dwudzielnego, dwudzielnego pełnego i regularnego?
8. Jaki graf nazywamy planarnym? Jak jest sformułowany w twierdzeniu Kuratowskiego warunek konieczny i dostateczny planarności grafu?
9. Podaj definicje drogi i cyklu w grafie. Jaka jest różnica pomiędzy drogą prostą a elementarną?
10. Co można powiedzieć o długościach dróg elementarnych w grafie, jeśli znane są stopnie jego wierzchołków?

11. Co można powiedzieć o długościach cykli elementarnych w grafie, jeśli znane są stopnie jego wierzchołków?
12. Podaj definicje spójności grafu w przypadku grafu nieskierowanego i skierowanego.  
Co to jest składowa spójna grafu?
13. Co to jest cykl Eulera w grafie?  
Jaki jest warunek konieczny i dostateczny istnienia cyklu Eulera w spójnym grafie nieskierowanym?
14. Co to jest droga Eulera w grafie?  
Jaki jest warunek dostateczny istnienia drogi Eulera w spójnym grafie nieskierowanym?
15. Jaki jest warunek konieczny i dostateczny istnienia cyklu Eulera w spójnym grafie skierowanym?
16. Co to są cykl i droga Hamiltona w grafie? Ile jest różnych cykli Hamiltona w grafie pełnym  $K_n$ ?
17. Jaki związek zachodzi pomiędzy kodem Greya a cyklem Hamiltona w grafie?
18. Jaki jest warunek konieczny i dostateczny istnienia cyklu Hamiltona w pełnym grafie dwudzielnym?  
Jaki jest warunek konieczny i dostateczny istnienia drogi Hamiltona w pełnym grafie dwudzielnym?
19. Jak jest sformułowany w twierdzeniu Orego warunek dostateczny istnienia cyklu Hamiltona w grafie?
20. Jak jest sformułowany w twierdzeniu Diraca warunek dostateczny istnienia cyklu Hamiltona w grafie?
21. Jak jest sformułowany w twierdzeniu Nasha-Williamsa warunek dostateczny istnienia cyklu Hamiltona w grafie skierowanym?
22. Jak jest sformułowany w twierdzeniu Meyniela warunek dostateczny istnienia cyklu Hamiltona w grafie skierowanym?
23. Co to jest turniej? Jakie są jego właściwości?
24. Jaki graf nazywamy  $k$ -spójnym krawędziowo?
25. Jaki graf nazywamy  $k$ -spójnym?
26. Jakie drogi nazywamy krawędziowo rozłącznymi? Co to jest zbiór rozspajający wierzchołki?  
Co mówi twierdzenie Mengera w wersji krawędziowej?
27. Jakie drogi nazywamy wierzchołkowo rozłącznymi? Co to jest zbiór rozdzielający wierzchołki?  
Co mówi twierdzenie Mengera w wersji wierzchołkowej?
28. Co to jest sieć? Co to jest przepływ w sieci? Co nazywamy wartością przepływu?
29. Co to jest przekrój sieci pomiędzy źródłem i ujściem? Co to jest przepustowość przekroju? Jaki związek pomiędzy przepływem ze źródła do ujścia a przepustowością przekroju pomiędzy nimi podaje twierdzenie Forda-Fulkersona?
30. Co to jest drzewo? Jakie są jego właściwości?
31. Co to jest drzewo rozpinające w grafie? Ile jest drzew rozpinających w grafie pełnym  $K_n$ ?
32. Jak jest tworzony kod Prüfera dla drzewa rozpinającego w grafie?
33. Co to są gałęzie i cięciwy w grafie? Co to jest cykl fundamentalny? Jak można przedstawiać cykle w grafie spójnym?
34. Co to jest skojarzenie w grafie? Co to jest pokrycie krawędziowe grafu? Jaki związek pomiędzy skojarzeniem, pokryciem krawędziowym a zbiorem wierzchołków w grafie podaje twierdzenie Gallai?
35. Co to jest wewnętrznie stabilny zbiór wierzchołków w grafie? Co to jest pokrycie wierzchołkowe grafu?  
Jaki związek pomiędzy zbiorem wewnętrznie stabilnym, pokryciem wierzchołkowym a zbiorem wierzchołków w grafie podaje twierdzenie Gallai?
36. Jaka relacja zachodzi pomiędzy mocą skojarzenia a mocą pokrycia wierzchołkowego grafu? W jakich grafach maksymalna moc skojarzenia jest równa minimalnej mocy pokrycia wierzchołkowego?
37. Jak jest sformułowany w twierdzeniu Halla warunek konieczny i dostateczny istnienia skojarzenia pełnego w grafie dwudzielnym?
38. Co to jest liczba chromatyczna grafu? Ile ona wynosi dla grafu pełnego  $K_n$ ?
39. Jaki jest warunek konieczny i dostateczny 2-barwności grafu?
40. Czy drzewo jest zawsze 2-barwne? Kiedy drzewo jest 1-barwne?
41. Czy wiadomo ile barw potrzeba do pokolorowania wierzchołków grafu tak, aby wierzchołki sąsiednie miały różne barwy, jeśli znany jest największy stopień jego wierzchołka?
42. Ile może wynosić liczba chromatyczna grafu planarnego?