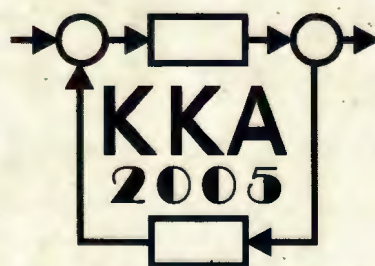


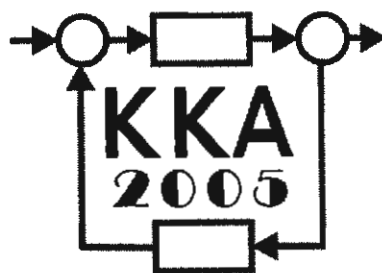
# **XV Krajowa Konferencja Automatyki**

## **Tom III**



**Redaktorzy:  
Zdzisław Bubnicki  
Roman Kulikowski  
Janusz Kacprzyk**

# **XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom III**



**Redaktorzy:**  
**Zdzisław BUBNICKI**  
**Roman KULIKOWSKI**  
**Janusz KACPRZYK**

**ORGANIZATOR**

**Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk**  
**Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk**

**WSPÓLORGANIZATORZY**

**Politechnika Warszawska**

**Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów**

**Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki**

## ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

## WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska  
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów  
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

## CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFczyk
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWski
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

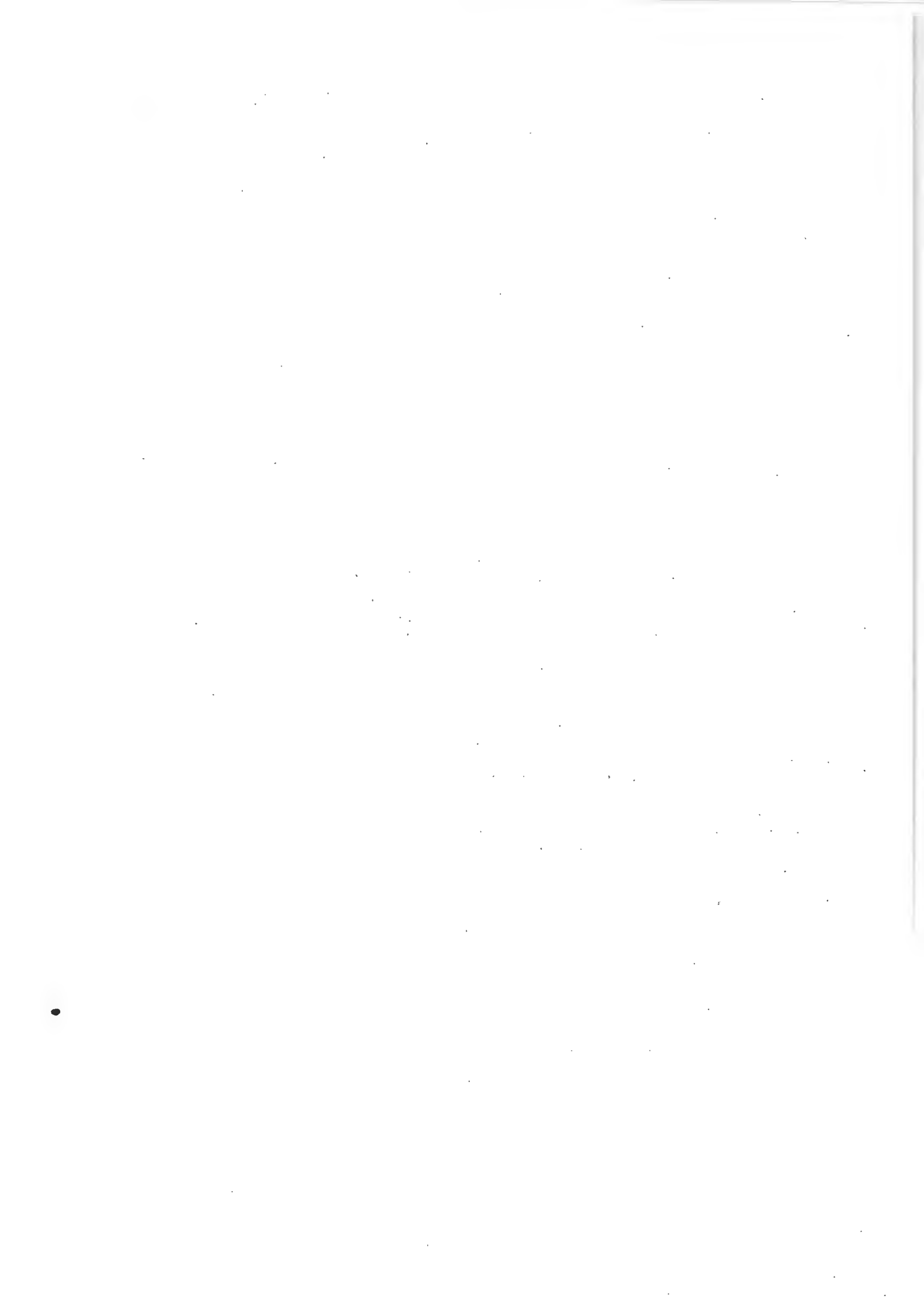
## KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowci	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

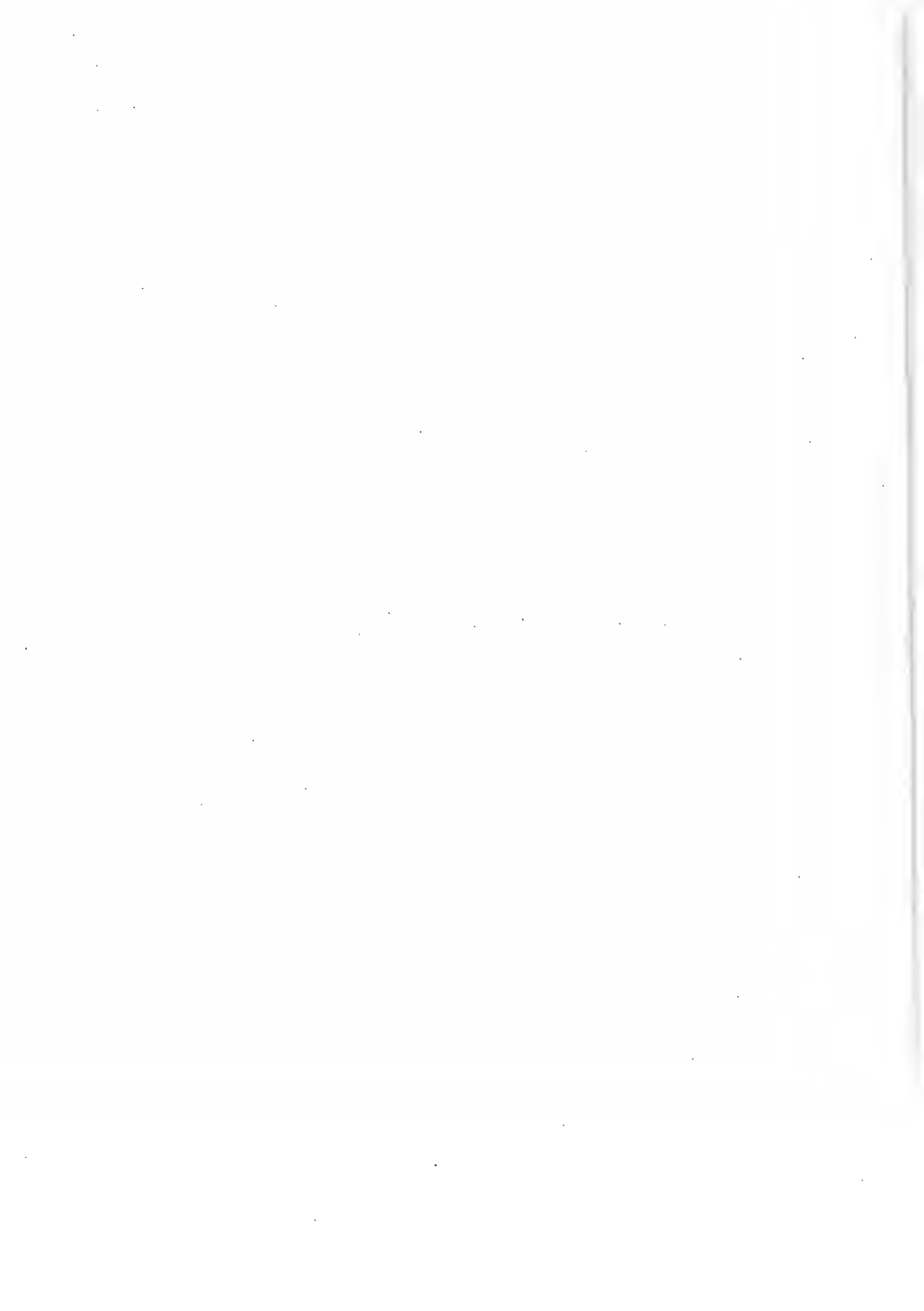
ISBN 83-89475-02-2

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk  
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa



# ZASTOSOWANIA NIETECHNICZNE



# ZASTOSOWANIE METOD SYMULACYJNYCH W PROBLEMATYCE OBROTU OBLIGACJAMI KATASTROFICZNYMI

Maciej ROMANIUK\*, Tatiana ERMOLIEVA\*\*

\*Instytut Badań Systemowych PAN

ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa, Poland, e-mail:mroman@ibspan.waw.pl

\*\*International Institute for Applied Systems Analysis

A-2361 Laxenburg, Austria, e-mail:ermol@iiasa.ac.at

**Streszczenie:** Obligacje katastroficzne są stosunkowo nowym instrumentem finansowym. Ich emisja oraz późniejszy nimi obrót są źródłem nowych pytań z dziedziny matematyki finansowej, takich jak znalezienie wartości obecnej obligacji, kwestia optymalnej wielkości emitowanego wolumenu, itd. W poniższym artykule przedstawimy zastosowanie metod symulacyjnych i programu EDGE do rozwiązywania wspomnianych zagadnień. Oprócz przykładowych algorytmów w pseudokodzie, zostaną również zaprezentowane wyniki symulacyjne.

**Słowa kluczowe:** obligacje katastroficzne, metoda Monte Carlo, równoważna miara martyngałowa, wycena instrumentów finansowych.

## 1. WPROWADZENIE

Ostatnie dekady XX wieku i początek XXI wieku były okresem znacznego wzrostu wysokości szkód materialnych wywołanych katastrofami naturalnymi, takimi jak powodzie, trzęsienia ziemi, huragany, tsunami. Odbiło się to w negatywny sposób na gospodarce wielu krajów świata (patrz np. [5], [10], [16]), jak również na kondycji finansowej budżetów samorządów i firm ubezpieczeniowych. Przykładowo, w okresie pomiędzy 1989 a 1995 rokiem straty pokryte przez firmy ubezpieczeniowe były o 50% większe niż podobne straty w ciągu wcześniejszych 38 lat razem wziętych (patrz np. [13], [20]).

W celu złagodzenia skutków poważnych odpywów finansowych wywołanych katastrofami naturalnymi, wprowadzone zostały nowe typy instrumentów finansowych – obligacje katastroficzne (w j. ang. *catastrophe bonds* lub *cat bonds*). Są one szczególnym rodzajem pochodnych instrumentów finansowych, gdyż ich struktura wypłat związana jest nie tylko z zachowaniem pewnego podstawowego instrumentu finansowego (w j. ang. *underlying asset*), ale także dodatkową zmienną – wystąpieniem określonego typu katastrofy naturalnej dla zdefiniowanego wcześniej regionu i przedziału czasowego (patrz np. [13], [14], [24], [30]).

Wraz z wprowadzeniem nowego typu instrumentu finansowego, pojawił się szereg otwartych problemów związanych z jego emisją i dalszym obrotem. Tymi kwestiami są m.in. problem wyceny instrumentu, czyli znalezienia jego oczekiwanej wartości obecnej, określenie optymalnej wielkości emitowanego woluminu obligacji, czy też obliczenie kosztów i zysków związanych z jego obsługą i ewentualnymi wystąpieniami katastrof naturalnych do momentu jego zapadania.

W niniejszym artykule zostanie zaprezentowane uogólnienie znanej z matematyki finansowej metody równoważnej miary martyngałowej i symulacyjnych metod Monte Carlo (patrz np. [4], [6], [15], [17], [23], [25], [29], [31]) na przypadek obligacji katastroficznych. W celu symulowania możliwych scenariuszy katastrof zostaną zastosowane procedury wykorzystujące program EDGE (patrz np. [2], [8], [28]). Zaprezentowana w niniejszym artykule metodologia jest kontynuacją problematyki zaprezentowanej w pracach [8], [26], [27]. Inne podejście do omawianych problemów znaleźć można np. w [3], [18].

### 1.1. Obligacje katastroficzne

Obligacje katastroficzne są instrumentem finansowym, który zadebiutował na giełdach światowych w roku 1995. Szerzej znane stały się jednak od roku 1997, kiedy to firma ubezpieczeniowa USAA z Teksasu wyemitowała dwa nowe rodzaje obligacji katastroficznych, których łączną wartość oceniono na 447 milionów dolarów (patrz np. [13], [14], [22]).

Jak wspomniano wcześniej, w przeciwieństwie do innych instrumentów finansowych, struktura wypłat dla obligacji katastroficznych jest zawsze związana z zaistnieniem dodatkowej zmiennej, zwanej *triggering point*. Sformułowanie to oznacza wystąpienie ściśle określonego rodzaju katastrofy naturalnej (np. powodzi, trzęsienia ziemi, wywołanych huraganem szkód przekraczających określony poziom) na zdefiniowanym wcześniej obsza-

rze i dla ustalonego okresu czasu. Dokładny opis *triggering point* jest zawsze podawany w prospekcie emisyjnym obligacji. Ponadto, podobnie jak w przypadku innych pochodnych instrumentów finansowych, wielkość wypłat z obligacji katastroficznych zależy też od zachowania się ustalonego instrumentu podstawowego (np. akcji, stóp procentowych).

Głównym celem emitowania obligacji katastroficznych jest chęć wykorzystania zasobów rynków finansowych, charakteryzujących się dużą płynnością i zasobami, na rynkach ubezpieczeniowych lub w budżetach samorządowych i rządowych (patrz [5], [7], [11], [12], [13]). Przepływ taki określa się jako transfer ryzyka pomiędzy rynkami, stąd obligacje katastroficzne są przykładem szerzej klasy tzw. *risk-transfer financial instruments* (instrumentów finansowych transferujących ryzyko) (patrz np. [19]).

## 1.2. Program EDGE

Pakiet EDGE (skrót od *Earthquake and Damage Estimator / Generator*) został stworzony w IIASA. Jest to specjalistyczny program komputerowy, umożliwiający generowanie informacji związanych z symulowanym wystąpieniem trzęsienia ziemi, m.in. miejsca jego epicentrum, obszaru objętego trzęsieniem ziemi, siły trzęsienia, wielkości spowodowanych szkód w infrastrukturze (patrz [2], [28]).

EDGE jest programem uniwersalnym, który po odpowiedniej kalibracji i przygotowaniu właściwych danych wejściowych może zostać użyty dla dowolnego regionu świata. Ponadto zmodyfikowane wersje tego pakietu mogą zostać wykorzystane do symulowania innych katastrof naturalnych, np. powodzi (patrz [8]).

W niniejszej publikacji zaprezentujemy zastosowanie symulacji wygenerowanych programem EDGE w problemie wyceny obligacji katastroficznych. Należy zwrócić uwagę, iż do podobnego zadania można zastosować również inne programy symulacyjne, jeśli tylko potrafimy dokonać generacji odpowiednich „scenariuszy” katastrof, np. obszaru objętego powodzią, wartości szkód powstałych w wyniku huraganu, itp. lub potrafimy je modelować przy pomocy odpowiednich procesów losowych.

## 2. PRZYKŁAD WYCENY OBLIGACJI KATASTROFICZNEJ

W dalszym ciągu artykułu zakładamy będziemy, iż trajektorię ceny instrumentu podstawowego, na którym bazuje rozpatrywany przez nas typ obligacji katastroficznej, modelujemy pewnym procesem stochastycznym  $S_t$ , gdzie  $t \in [0; T]$ , a  $T$  jest momentem zapadania obligacji. Proces  $S_t$  musi być oczywiście dopasowany do rozpatrywanego rynku finansowego. Klasycznym przykładem takich procesów stochastycznych są procesy Levy’ego, np. geometryczny ruch Browna z dryfem (j. ang. *drift*)  $\mu$  i stałym współczynnikiem zmienności (j. ang. *volatility*)  $\sigma$  (patrz

np. [23], [29], [31]):

$$S_t = S_0 \exp(\mu t + \sigma \mathcal{W}_t), \quad (1)$$

gdzie  $S_0$  jest początkową ceną podstawowego instrumentu finansowego, a  $\mathcal{W}_t$  jest arytmetycznym procesem Wienera. W przypadku procesów Levy’ego następnym krokiem jest przejście do odpowiedniej równoważnej miary martyngałowej (patrz np. [29], [31]) i stworzenie mechanizmu pozwalającego na generowanie próby trajektorii cen  $S_t^1, S_t^2, \dots, S_t^m$ , gdzie  $m$  jest liczbą symulacji. Dla geometrycznego ruchu Browna symulowanie próbek trajektorii umożliwia np. wzór Eulera. Przez  $n$  będziemy oznaczali liczbę kroków symulacji przypadających na pojedynczą trajektorię  $S_t^i$ .

Zakładamy również będziemy, iż proces stochastyczny  $\mathcal{X}_t$  opisywać będzie interesujący nas aspekt katastrofy naturalnej (tzn. *triggering point*), związany z rozpatrywaną obligacją katastroficzną, jak np. moment wystąpienia trzęsienia ziemi, wielkość szkód spowodowanych huraganami, itp. Ponadto proces  $\mathcal{X}_t$  powinien mieć postać umożliwiającą generowanie próbek  $X_t^1, X_t^2, \dots, X_t^s$ , zwanych dalej *scenariuszami katastrof*. Liczbę  $s$  określamy jako ilość scenariuszy. W przykładach omawianych w artykule mechanizmem symulującym scenariusze katastrof będą procedury bazujące na programie EDGE.

Przez  $f(S_t, \mathcal{X}_t)$  oznaczamy będziemy funkcję wypłaty dla omawianego przez nas rodzaju obligacji katastroficznej. Rozpatrzmy przykładową obligację o następującej strukturze wypłat: jeśli do momentu  $T$  nie wystąpi trzęsienie ziemi o sile powyżej  $R$  stopni Richtera, posiadacz obligacji otrzyma wypłatę  $S_T$ , czyli cenę instrumentu podstawowego w chwili zapadania obligacji. Gdyby zaś takie trzęsienie ziemi wystąpiło, posiadacz nie otrzyma żadnej wypłaty. Funkcja wypłaty jest dana w tym przypadku wzorem:

$$f(S_t, \mathcal{X}_t) = \begin{cases} S_T & \text{dla } \max_{t \in [0, T]} \{\mathcal{X}_t\} < R \\ 0 & \text{w p. p.} \end{cases}, \quad (2)$$

gdzie  $\mathcal{X}_t$  jest siłą trzęsienia ziemi, które zaszło w chwili  $t$ .

Dla ułatwienia niech  $m = s$ . Wtedy oczekiwana wartość obecna przyszłego strumienia wypłat dla rozważanego typu obligacji będzie estymatorem jej ceny  $C$  w przypadku braku arbitrażu (czyli ceny sprawiedliwej – *fair price*) i będzie dana wzorem:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\text{PV } f(S_t, \mathcal{X}_t)) &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \text{PV } f(S_t^i, \mathcal{X}_t^i) = \\ &= e^{-rT} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \text{FV } f(S_t^i, \mathcal{X}_t^i), \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie  $r$  jest ciągłą stopą wolną od ryzyka (*risk-free continuous yield*),  $\text{PV}(\cdot)$  – wartością obecną strumienia przyszłych płatności,  $\text{FV}(\cdot)$  – wartością przyszłą strumienia płatności.



Postać (3) umożliwia zastosowanie par  $(S_t^i, X_t^i)$  generowanych wcześniej omawianymi mechanizmami. W szczególności algorytm w pseudokodzie wyliczający cenę obligacji dla przykładu danego funkcją wypłaty (2) ma postać:

#### Algorytm I

```
CalculatePrice (n,m,T,s0,sigma,r,R)
```

```
Average:=0;
dt:=T/n;
for i=1 to m do
begin
  S:=s0;
  if EarthquakeTimeBeyond(R)>T
  begin
    for j=1 to n do
      S:=S*exp((r-0.5*sigma^2)*dt+
        sigma*sqrt(dt)*GenNorm);
      Average:=Average+S;
    end;
  end;
  Average:=Average/m;
  Price:=exp(-r*T)*Average;
  return Price;
end.
```

W powyższym algorytmie zmienna  $n$  jest ilością kroków algorytmu w pojedynczym okresie życia obligacji,  $s_0$  jest ceną podstawowego instrumentu podstawowego  $S_0$ ,  $\sigma$  oznacza zmienność  $\sigma$ , procedura *EarthquakeTimeBeyond(R)* generuje moment wystąpienia pierwszego trzęsienia ziemi powyżej  $R$  stopni Richtera, zaś procedura *GenNorm* generuje zmienne *iid* (*independent, identically distributed*) ze standardowego rozkładu normalnego  $N(0;1)$ . Omawiany algorytm został wykorzystany z procedurą *EarthquakeTimeBeyond(R)* bazującą na generacjach z programu *EDGE* i następującym zestawem parametrów:  $r = 0.05, \sigma = 0.02, S_0 = 1, T = 5, n = 60, m = 10000, R = 7$ . Obliczony w wyniku jego działania estymator ceny (3) wyniósł 0,9202.

Przykłady innych algorytmów wraz z wynikami symulacji znaleźć można w [26], [27].

### 3. WPROWADZENIE ZALEŻNOŚCI POMIĘDZY PROCESAMI

W przypadku, gdy nie istnieje zależność statystyczna pomiędzy procesami  $S_t$  i  $X_t$ , formułę (3) można uprościć, co umożliwi np. przybliżenie postaci zazwyczaj bardziej skomplikowanego procesu  $X_t$  większą ilością symulacji  $s$ . Jednak obecnie istnieją silne związki pomiędzy rynkami finansowymi w różnych częściach świata, co powoduje, że wystąpienie katastrofy naturalnej w jednym regionie ma wpływ na zachowanie się giełdy w zupełnie innym miejscu. W szczególności ta zależność „finansowa” implikuje zależność pomiędzy procesami  $S_t$  i  $X_t$ . Formuła (3) pozwala w łatwy sposób generować symulację, gdy ów związek istnieje.

W celu ilustracji tego problemu, rozważmy następujący przykład obligacji katastroficznej: niech posiadacz obligacji otrzymuje wypłatę w wysokości  $S_i$  na koniec każdego  $i$ -tego roku, w którym nie wystąpiło trzęsienie ziemi powyżej  $R$  stopni. Jeśli zaś takie trzęsienie wystąpiło, właściciel obligacji otrzyma tylko  $p\%$  wartości podstawowego instrumentu finansowego na koniec roku wystąpienia *triggering point* oraz żadnych wypłat w kolejnych latach. Wtedy funkcja wypłaty ma postać:

$$f = \begin{cases} S_1, \dots, S_T & \text{gdy } \max_{[0;T]} \{X_t\} < R \\ S_1, \dots, & \text{gdy } \max_{[0;i]} \{X_t\} < R \text{ i} \\ S_i, p\% \cdot S_{i+1} & X_t \geq R \text{ dla } t \in (i; i+1) \end{cases} \quad (4)$$

Założmy ponadto, że istnieje zależność pomiędzy rynkiem finansowym, na którym notowany jest instrument podstawowy  $S_t$ , a rejonem możliwego wystąpienia *triggering point*. Związek ten będziemy modelować w następujący sposób – w momencie, gdy wystąpi *triggering point*, nastąpi skok w dół trajektorii procesu  $S_t$ . Wielkość tego skoku będziemy opisywać rozkładem wykładniczym z parametrem  $\lambda$ , który będzie miarą siły zależności pomiędzy rynkiem finansowym a rejonem katastrofy. Dodatkowo na wysokość skoku wpływ mieć będzie siła trzęsienia ziemi związanej z *triggering point*.

Należy podkreślić, że kwestia typu i postaci zależności pomiędzy oboma procesami stochastycznymi jest ściśle związana z rozpatrywanym przypadkiem, będąc zazwyczaj znacznie bardziej skomplikowanym w modelowaniu problemem niż zastosowany tutaj rozkład wykładniczy.

Dla obligacji opisanej formułą (4) i powyższymi założeniami, algorytm w pseudokodzie ma postać:

#### Algorytm II

```
CalculatePriceForJump
(m,T,s0,sigma,r,p,R,lambda)
```

```
Sum:=0;
SumSquare:=0;
for i=1 to m do
begin
  S:=s0;
  Payment:=0;
  (Time,Magnitude):=
    GenEarthquakeTimeAndMagnitude(R);
  Y:=PeriodsNumber(Time,T);
  for j=1 to Y do
  begin
    S:=S*exp((r-0.5*sigma^2)+
      sigma*GenNorm);
    Payment:=Payment+S*exp(r*(T-j));
  end;
  if Time<T then
  begin
    S:=S*exp((r-0.5*sigma^2)+
      sigma*GenNorm-
      GenJump(lambda,Magnitude));
    Payment:=Payment+p*S*exp(r*(T-Y))/100;
  end;
  Payment:=Payment*exp(-r*T);
  Sum:=Sum+Payment;
  SumSquare:=SumSquare+Payment*Payment;
end;
```

```

Price:=Sum/M;
Variance:=SumSquare/M - Price*Price;
return Price;
return Variance;
end.

```

Wynikiem działania powyższego algorytmu jest estymator ceny obligacji (Price) oraz wariancja uzyskanej wartości obecnej oczekiwanego strumienia wypłat (Variance), którą wykorzystać można do skonstruowania odpowiedniego przedziału ufności dla ceny obligacji. W celu przejrzystości, w algorytmie tym wykorzystano następujące funkcje specjalne: GenEarthquakeTimeAndLevel(R) – procedura ta generuje moment (Time) i siłę (Magnitude) pierwszego trzęsienia ziemi mającego powyżej R stopni w skali Richtera, PeriodsNumber(Time,T) – procedura ta oblicza liczbę lat (czyli okresów wypłat) poprzedzających moment zapadania T lub wystąpienie triggering point, jeśli zajdzie ono wcześniej niż T, GenJump(lambda,Magnitude) – procedura ta generuje wielkość skoku trajektorii instrumentu podstawowego modelowanego przez rozkład wykładniczy z parametrem lambda\*Magnitude, tzn. z gęstością:

$$f(x) = (\lambda \cdot \text{Magnitude})e^{-(\lambda \cdot \text{Magnitude})}. \quad (5)$$

#### 4. PROBLEM ESTYMACJI WIELKOŚCI WOLUMINU

Innym problemem związanym ściśle z emisją obligacji katastroficznych jest zagadnienie oszacowania wielkości emitowanego woluminu papierów wartościowych. Emitent może być np. zainteresowany znalezieniem wielkości emisji, która z ustalonym prawdopodobieństwem  $\alpha$  zapewni, że uzyskane w razie wystąpienia triggering point zyski z obligacji będą wyższe niż straty wynikające z zaistnienia katastrofy naturalnej.

Problem ten może matematycznie zapisać jako

$$\min_v \left\{ \Pr \left( \frac{f_L(\mathcal{X}_t)}{f_P(\mathcal{X}_t, S_t)} \leq v \right) = \alpha \right\}, \quad (6)$$

gdzie  $v$  jest wielkością szukanego woluminu,  $f_L(\mathcal{X}_t)$  – funkcją strat spowodowanych wystąpieniem katastrofy naturalnej,  $f_P(\mathcal{X}_t, S_t)$  – funkcją zysków z pojedynczej obligacji, jeśli zajdzie triggering point,  $\alpha$  – ustalonym poziomem prawdopodobieństwa.

Jak łatwo zauważyć, problem opisany przez (6) jest równoznaczny znalezieniu odpowiedniego kwantyla o rzędzie  $\alpha$  przy użyciu metod symulacyjnych. Formuła (6) zakłada występowanie zależności pomiędzy procesami  $S_t$  i  $\mathcal{X}_t$ , np. poprzez moment wystąpienia katastrofy i wypłaty z obligacji, co zostanie zilustrowane w następnym przykładzie.

Załóżmy, że rozpatrujemy obligację katastroficzną opisaną funkcją wypłat (2), nie istnieje „finansowa” zależność pomiędzy rynkiem finansowym a miejscem wystąpienia

katastrofy (tzn. nie zachodzi przypadek zmiany trajektorii procesu  $S_t$  na skutek zajścia triggering point, opisany w rozdziale 3.), funkcja straty ma postać:

$$f_L(\mathcal{X}_t) = \exp c'' M, \quad (7)$$

gdzie  $c''$  jest pewną stałą (np. wynikającą z przyjętych jednostek pieniężnych),  $M$  jest siłą trzęsienia ziemi związanego z triggering point. Z kolei funkcja zysków z pojedynczej obligacji jest opisana przez:

$$f_P(\mathcal{X}_t, S_t) = e^{r l} (C - c'), \quad (8)$$

gdzie  $l$  jest momentem wystąpienia triggering point,  $C$  – ceną obligacji (face value),  $c'$  – kosztami związanymi z emisją pojedynczej obligacji. We wzorze (8) skorzystaliśmy z założenia, iż cenę  $C$  obligacji inwestujemy ze stałą stopą zwrotu  $r$ .

Przy powyższych założeniach odpowiedni algorytm ma postać:

#### Algorytm III

```

CalculateVolume
(m, T, r, R, C, Cprim, Cbis, alpha)

for i:=1 to m do
begin
S:=s0;
(Time, Magnitude):=
GenEarthquakeTimeAndMagnitude(R);
if Time < T then
begin
Losses:=exp(Cbis*Magnitude);
Profits:=exp(r*Time)*(C-Cprim);
Ratio[[i]]:=Losses/Profits;
end
else m:=m-1;
end;
Ratio:=Sort(Ratio);
Volume:=Ratio[[Ceiling(alpha*m)]];
Return(Volume);
end.

```

Zmienna Cprim oznacza w powyższym algorytmie stałe koszty  $c'$ , Cbis – parametr  $c''$ . Ponadto w celu zwiększenia zrozumiałości algorytmu, wykorzystane zostały w nim funkcje specjalne: Sort(Ratio), która sortuje tablicę stosunków strat wynikających z katastrofy do zysków z pojedynczej obligacji, oraz Ceiling(.), która oblicza sufit liczby (tzn. wartość  $\lceil \cdot \rceil$ ).

#### 5. PODSUMOWANIE

Obligacje katastroficzne są stosunkowo nowym, ale podlegającym intensywnemu rozwojowi instrumentem finansowym. W przeciwieństwie do innych pochodnych instrumentów finansowych, struktura wypłat obligacji katastroficznych jest związana z dodatkowym, „zewnątrznym” procesem losowym, wynikającym z wpływu triggering point. W związku z powyższym zachodzi potrzeba uogólnienia metod znanych z matematyki finansowej.

W niniejszym artykule przedstawiono przykłady rozwiązywania problemów wynikających z emisji i obrotu obligacjami katastroficznymi z wykorzystaniem równoważnej miary martynałowej, metod symulacyjnych i pakietu EDGE. W celu ich ilustracji zaprezentowano przykładowe typy obligacji katastroficznymi wraz z odpowiednimi algorytmami w pseudokodzie. Możliwe jest zastosowanie innych niż pakiet EDGE źródeł *scenariuszy katastrof*, a przez to dopasowanie ich do potrzeb rozważanych rynków.

Należy zauważyć, że zaprezentowane tutaj metody mogą także zostać zastosowane np. do oszacowania kosztów obsługi wyemitowanych obligacji katastroficznymi z uwzględnieniem ewentualnego wystąpienia *triggering point*. Również w takim przypadku zastosowanie symulacji ułatwia dokonywanie obliczeń. Jak łatwo zauważyć, wspomniana analiza kosztów może być wstępem do stworzenia programu wspomagającego podejmowanie decyzji, np. poprzez wskazanie optymalnego w sensie finansowym instrumentu ubezpieczeniowego spośród pewnego ich możliwego zakresu (np. obligacji katastroficznymi, zwykłych obligacji, polis ubezpieczeniowych, akcji, itd.) lub dla nałożonych przez użytkownika zewnętrznych ograniczeń. Dalsze prace związane z tym kierunkiem wydają się bardzo obiecujące i powinny być kontynuowane.

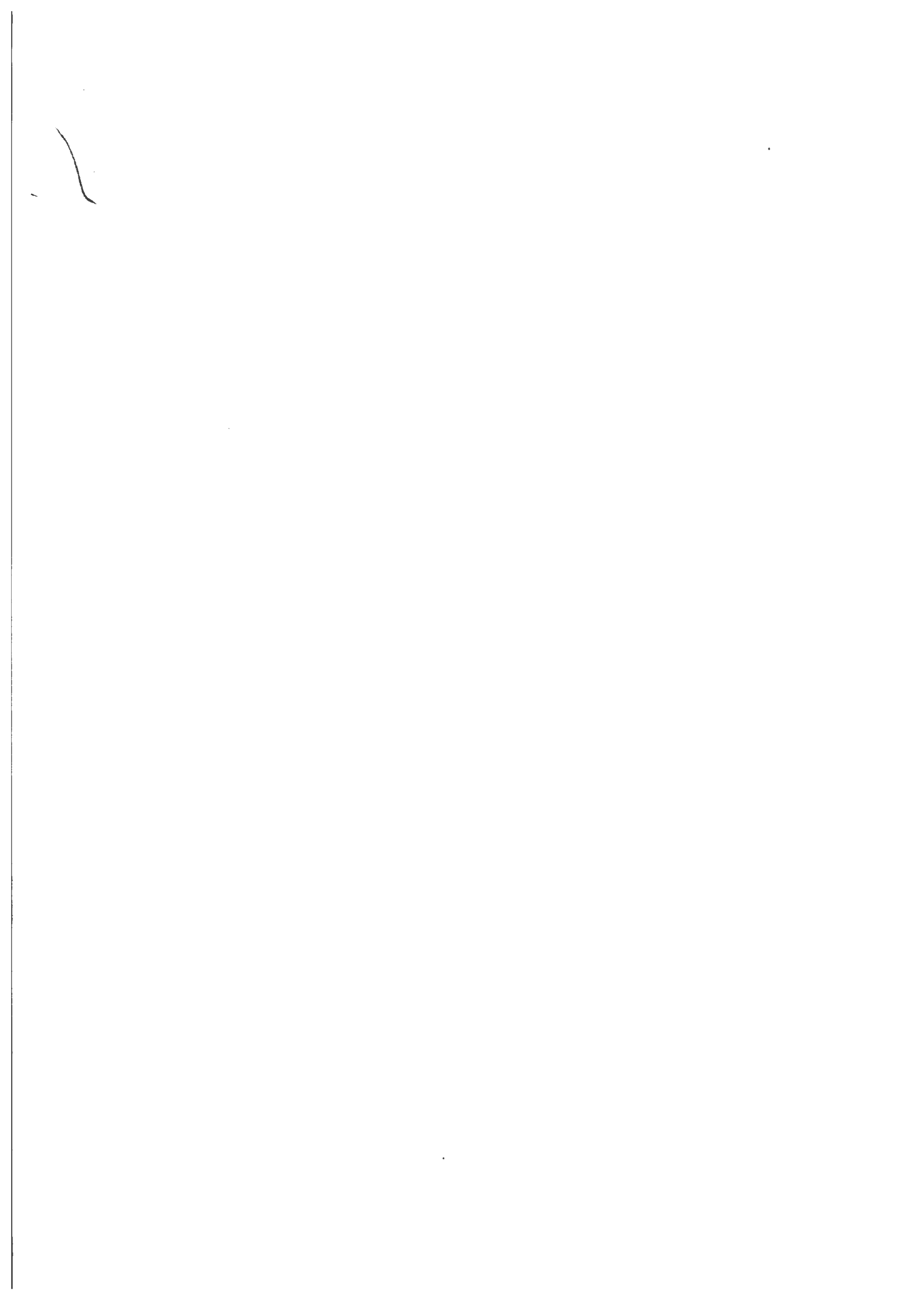
#### APPLICATION OF SIMULATION METHODS IN PROBLEMS ARISING FROM CATASTROPHE BONDS TURNOVER

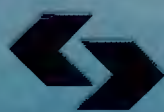
**Abstract:** Catastrophe bonds are relatively new financial instrument. Issuing of bonds and bonds turnover are the source of new questions for financial mathematics, e.g. cat bonds pricing, problem of optimal issued volume, etc. In this paper we present application of simulation methods and EDGE software to solving of mentioned above issues. Apart from pseudocode algorithms, we present also simulation results.

#### Literatura

- [1] Bantwal V. J., Kunreuther H. C. (2000) A Cat Bond Premium Puzzle?, *The Journal of Psychology and Financial Markets*, Vol. 1, No. 1, pp. 76 – 91
- [2] Baranov S., Digas B., Ermolieva T., Rozenberg V. (2002) *Earthquake Risk Management: A Scenario Generator*, IIASA, IR-02-025
- [3] Baryshnikov Yu., Mayo A., Taylor D. R. (2001) *Pricing of CAT Bonds*
- [4] Boyle P., Broadie M., Glasserman P. (1997) Monte Carlo Methods and Security Pricing, *Journal of Economics*, 21, Nos. 8 – 9
- [5] (1999) *Catastrophes, Infrastructure and Poverty*, Options, IIASA
- [6] Consinglio A., Zenious S. (1998) *Designing Portfolios of financial products via integrated simulation and optimization models*, University of Cyprus, Revised Report 96-05
- [7] Cummins J. D., Doherty N. (1996) Can Insurer Pay for the "Big One"? Measuring Capacity of an Insurance Market to Respond to Catastrophic Losses, working paper, Wharton Risk Management and Decision Processes Center, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA
- [8] Ermolieva T., Ermoliev Y., Linnerooth-Bayer J., Galambos I. (2001) The Role of Financial Instruments in Integrated Catastrophic Flood Management w: *Proceedings of the 8th Annual Conference of the Multifunctional Financial Society*, Garda, Italy, 121 - 122
- [9] Ermolieva T., Ermoliev Y., Norkin V. (1997) *Spatial Stochastic Models for Optimization Capacity of Insurance Networks Under Dependent Catastrophic Risks: Numerical Experiments*, IIASA Interim Report, IR-97-028
- [10] Ermoliev Y. M., Ermolieva T. Y., MacDonald G. J., Norkin V. I. (2001) *Catastrophic Risk Management and Economic Growth*, w: Youmin X., Haijun H., Liang L., Kanliang W. (eds) *New Management Trends in New Century*, Proceedings of ICM'2001, May 2001, CHEP and Springer Verlag
- [11] Froot K. (1997) *The Limited Financing of Catastrophe Risk: an Overview*, Harvard Business School and National Bureau of Economic Research
- [12] Freeman P. K., Pflug G. Ch. (2001) *Infrastructure in developing countries: Risk and Protection*, May 22, 2001
- [13] George J. B. (1999) *Alternative reinsurance: Using catastrophe bonds and insurance derivatives as a mechanism for increasing capacity in the insurance markets*, CPCU Journal, Spring 1999
- [14] Hofmann M. (2002) *Cat bond market fears more red tape*, *Business Insurance*, May 27, 2002
- [15] Hull J. C. (1997) *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall
- [16] IPCC, *Climate Change 2001: Impacts, Adaption and Vulnerability*, www.ipcc.ch
- [17] Korn R., Korn E. (2001) *Option Pricing and Portfolio Optimization*, American Mathematical Society
- [18] Kulikowski R., Jakubowski A. (2000) *Valuation of Catastrophe Bonds*, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Ser. Technical Sciences*, Vol. 48, No. 2, 181 - 211
- [19] Lane M. N., Beckwith R. G. (2001) *Current Trends in Risk-Linked Securitization. March 2000 to March 2001*, April 30, 2001, www.LaneFinancialLLC.com

- [20] Lizak K. (2000) Ryzyko katastrof, Rynek terminowy, Vol. 7, No. 1/00, 65 - 73
- [21] MacKellar L., Freeman P., Ermolieva T., Estimating Natural Catastrophic Risk Exposure and the Benefits of Risk Transfer in Developing Countries, IIA-SA
- [22] Niedzielski J. (1997) USAA places catastrophe bonds, National Underwriter, Jun 16
- [23] Nowak P., Nycz P., Romaniuk M. (2002) Dobór optymalnego modelu stochastycznego w wycenie opcji metodami Monte Carlo w: Kacprzyk J., Węglarz J. Modelowanie i optymalizacja. Metody i zastosowania. Badania operacyjne i systemowe wobec wyzwań XXI wieku
- [24] Pollner J. (2000) Catastrophe Risk Management: Using Alternative Risk Financing and Insurance Pooling Mechanism, Finance, Private Sector & Infrastructure Sector Unit, Caribbean Country Department, Latin America and the Caribbean Region, World Bank
- [25] Robert C. P., Casella G. (1999) Monte Carlo Statistical Methods, Springer Verlag
- [26] Romaniuk M. (2003) Pricing the Risk-Transfer Financial Instruments via Monte Carlo Methods, Systems Analysis Modelling Simulation, Vol. 43, No. 8, 1043 - 1064
- [27] Romaniuk M., Ermolieva T. (2004) Wycena obligacji katastroficznych metodami symulacyjnymi, w: Bubnicki Z., Hryniewicz O., Węglarz J. Badania operacyjne i systemowe 2004. Zastosowania.
- [28] Rozenberg V., Ermolieva T., Blizorukova M. (2001) Modelling earthquakes via computer programs, IIASA, IR-01-068
- [29] Shiryaev A. N., Kruzhilin N. (1999/2000) Essentials of Stochastic Finance, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- [30] Walker G. (1997) Current Developments in Catastrophe Modelling, w: Britton N. R., Olliver J. (eds.), Financial Risks Management for Natural Catastrophes, Brisbane, Griffith University, Australia
- [31] Weron A., Weron R. (1999) Inżynieria finansowa, WNT, Warszawa





**Instytut Badań Systemowych  
Polskiej Akademii Nauk**

**ISBN 83-89475-00-6**